Concursul Interjudețean de Matematică
”RURAL MATH”-ediția a XIV-a
14 mai 2022
Clasa a VII-a

Subiectul I

Se consideră numerele reale $x = 3^{47} : 3^{45} - 2^{40} : 2^{38}$ și $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}\right) \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

a) Arătați că $x = 5$.
b) Se consideră numărul natural $N = y - \frac{x+1}{2}$. Determinați cel mai mic număr natural de două cifre care este divizibil cu *N*.

Soluție:
a) $x = 9 - 4 = 5$..2p
b) $y = 1 + 5 + 9 - 3 = 12$...2p
$N = 9$, deci cel mai mic număr natural de două cifre care este divizibil cu *N* este *18*................3p

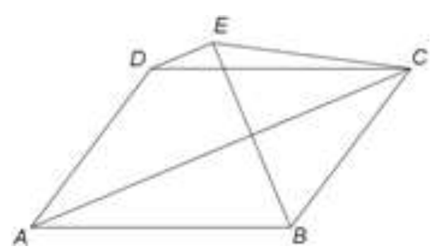
Subiectul II

Dacă elevii unei clase se așază câte doi în bancă, atunci un elev stă singur în bancă. Dacă elevii se așază câte trei în bancă, atunci rămân șase bănci libere. Determinați numărul băncilor și numărul elevilor din clasă.

Soluție:
$x = 2(y - 1) + 1$, unde x este numărul de elevi, iar y este numărul de bănci..........................2p
$x = 3(y - 6)$..2p
$x = 33\ elevi$ și $y = 17\ bănci$...3p

Subiectul III

În figura alăturată este reprezentat un paralelogram *ABCD* cu *AB* =13cm , *BC* =10cm și $m(\sphericalangle BAD) < 90°$. Se consideră punctul *E* astfel încât $DE \parallel BC$, $DE < AC$ și segmentele *BC* și *CE* sunt congruente.



a) Arătați că perimetrul paralelogramului *ABCD* este egal cu 46cm .
b) Demonstrați că, dacă măsura unghiului *BCE* este de 60°, atunci aria patrulaterului *ABCE* este egală cu $60 + 25\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

Soluție:
a) $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 46cm$..1p

.

b) *ACED* este trapez isoscel, deci *AE* = *CD* , deci *AB* = *AE*...1p

Triunghiul *BCE* echilateral și are aria $25\sqrt{3}cm^2$..2p

AB = *AE* și *BC* = *CE*, deci *AC* este mediatoarea segmentului *BE* , de unde obținem că

AF = *12cm* , unde F este punctul de intersecție a dreptelor *AC* și *BE* , rezultă aria

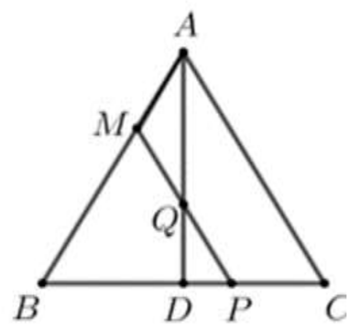
$\Delta ABE = 60cm^2$. Deci aria patrulaterului *ABCE* este egală cu $60 + 25\sqrt{3}\,cm^2$.................3p

Subiectul IV

În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral *ABC*, cu $AB = 3$cm și înălțimea *AD*, unde punctul *D* se află pe latura *BC*. Punctul M aparține laturii *AB*, astfel încât *AM* =1cm. Paralela prin punctul *M* la dreapta *AC*, intersectează dreapta *AD* în punctul *Q* și dreapta *BC* în punctul *P*.

a) Arătați că perimetrul triunghiului *BMP* este egal cu 6 cm .

b) Determinați lungimea segmentului *PQ* .



Soluție:

a) *ΔBMP* este echilateral, *BM= 2cm* , deci $P_{\Delta BMP} = 3 \cdot 2 = 6cm$.......................................1p

b) *AD* este mediană în triunghiul echilateral *ABC*, deci *BD=1,5cm*.......................................1p

Triunghiul *DPQ*, dreptunghic în *D* și $\sphericalangle PQD = 30°$ 3p

Deci *PQ=2DP*, iar *DP=0,5cm*, rezultă *PQ=1cm*...2p

Notă :
Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul https://scoalasurdilagreci.weebly.com

.