Concursul Interjudețean de Matematică

”RURAL MATH”-ediția a XIV-a

14 mai 2022

Clasa a VIII-a

Subiectul I

Se consideră expresia: $E(x)=\left(2x+\sqrt{2}\right)^2-\left(2x-\sqrt{6}\right)\left(2x+\sqrt{6}\right)-\sqrt{2}(3x+\sqrt{32})$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E\left(\sqrt{8}\right)$ este pătratul unui număr natural.

Soluție:

$E(x)=4x^2+4x\sqrt{2}+2-4x^2+6-3\sqrt{2}x-8=\sqrt{2}x$, ...4p

$E\left(\sqrt{8}\right)=\sqrt{16}=4=2^2$..3p

Subiectul II

Se consideră piramida patrulateră *VABCD* , cu baza pătratul *ABCD* , cu *AB* = *8* cm . Înălțimea *VO* a piramidei are lungimea egală cu $4\sqrt{3}$ cm , unde *O* este punctul de intersecție a dreptelor *AC* și *BD* .

a) Arătați că volumul piramidei *VABCD* este egal cu $\frac{256\sqrt{3}}{3}$ cm^3.

b) Demonstrați că măsura unghiului planelor *(VAD)* și *(VBC)* este egală cu 60° .

Soluție:

a) $V=\frac{1}{3}\cdot A_{ABCD}\cdot VO=\frac{1}{3}\cdot AB^2\cdot VO=\frac{256\sqrt{3}}{3}\ cm^3$..2p

b) Construim , prin *V*, dreapta d, $d\parallel AD\parallel BC$, de unde $(VAD)\cap(VBC)=d$......................1p

$VS\perp AD$, unde $S\in AD$, $VR\perp BC$, unde $R\in BC$, deci $VS\perp d$ și $VR\perp d$, de unde rezultă $\sphericalangle\left((VAD);(VBC)\right)=\sphericalangle(VS;VR)$..2p

Triunghiul VRS echilateral, de unde $\sphericalangle SVR=60°$, deci măsura unghiului planelor *(VAD)* și *(VBC)* este egală cu 60°..2p

Subiectul III

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 2$.

a) Arătați că $f(3) - f(-3) = 6$.
b) În sistemul de axe xOy, determinați distanța de la punctul $C(-2,0)$ la reprezentarea grafică a funcției.

Soluție:

a) $f(3) - f(-3) = 1 - (-5) = 6$..1p
b) Punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele *Ox* și *Oy* sunt $A(2,0)$ și $B(0,-2)$..1p
$A_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot OB}{2} = \frac{d(C,AB) \cdot AB}{2}$..2p
$AB = 2\sqrt{2}$, rezultă $d(C,AB) = \frac{4 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$...3p

Subiectul IV

Se consideră prisma dreaptă *ABCDA'B'C'D'*, cu baza pătratul *ABCD*, $AB = 4$cm și $AA' = 2\sqrt{2}$cm. Punctul *O* este punctul de intersecție al dreptelor *AC* și *BD*.

a) Calculați lungimea segmentului *D'O*.
b) Demonstrați că sinusul unghiului dintre dreptele *BC'* și *EO* este egal cu $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, unde *E* este punctul de intersecție a dreptelor *A'D* și *AD'*.

Soluție:

a) $DO = \frac{BD}{2} = 2\sqrt{2}cm$ și $\Delta D'DO$ este dreptunghic în D, deci $D'O = 4cm$ 2p

b) $BC' \parallel AD'$, deci $\sphericalangle(BC', EO) = \sphericalangle(AD', EO)$...1p

$AD' = D'C = 2\sqrt{6}cm$, D'O mediană în triunghiul isoscel $D'AC \Rightarrow D'O \perp AO$, deci

$OF = \frac{AO \cdot DO}{AD'} = \frac{4\sqrt{3}}{3}cm$, unde $OF \perp AD', F \in AD'$..2p

ΔEOF este dreptunghic, deci $\sin\left(\sphericalangle(AD', EO)\right) = \sin(\sphericalangle AEO) = \frac{OF}{OE} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$....2p

Notă : Rezultatele vor fi afișate la avizierul unității școlare, pe site-ul https://scoalasurdilagreci.weebly.com